

中国、美国、新加坡高中教科书 对概率概念难点处理的国际比较

晋元高级中学 邵夏燕

引言

- 2012年上海市松江区开展了《高中数学十大难点概念的调查研究》的课题
- 调查结果表明概率概念是教师和学生公认的教学难点

	国家	教材	简称
	中国	人民教育出版社,必修3	CTB
	美国	Algebra 1 and Algebra 2 from Prentice Hall Publishing Company	UTB
	新加坡	(New Express Mathematics 4 and H2 Mathematics Volume 2 from Panpac Publishing Company	STB

研究问题

- 各国教材中理论概率和实验概率的概念是如何呈现的？他们是如何突破难点的？
- 各国教材中的习题在背景、回答类型和认知要求上有什么样的相似与不同？

研究方法

- 本文采用谢珺（2012）的分析方法，从建立概念、概念理解两个方面分析教材中呈现的概念教学内容
- 本文采用Charalambous *et al.*（2010）的分析方法对问题的背景和回答类型进行分类。

“理论概率”与“实验概率”概念的数学内容展示

理论概率		CTB	UTB	STB	实验概率		CTB	UTB	STB
概念 建立	问题情境	√	√	√	概念	语言说明	√		√
	直接定义				概念	举例	√		√
	数学图表				概念	范例		√	√
	非数学图表				概念	数学图表		√	√
概念 理解	旁白				概念	非数学图表		√	
	语言说明				概念	旁白等	√	√	
	举例	√		√					
	范例	√	√	√					
	数学图表		√	√					

谢珺，2012

习题分析的框架

维度	分类	代码
背景	数字或	
	使用文字、图表或组合视听的背景	IC
回答类型	只求一个答案（数值、数值表达式、图像）	OA
	答案和数学陈述（如计算步骤等）	AM
	解释（要求说明含义、原因、理由等）	E
认知要求	概念理解（回忆理	
	念，或其他基	
	程序实践（需要解题或计算步骤）	PP
	问题解决（解决文字问题）	PS
	数学推理（解释解决方案或评估策略）	MR
	表征（要求画图或者解释图）	R

Charalambous
(2010)

Son &
Senk(2010)

研究结果

- 概念呈现方式的比较
- 习题分析的比较

研究成果

概念呈现方式

理论概率的比较

STB在概念建立时用图表分析了3个随机事件的样本空间以及事件A所包含的基本事件，这加深了学生对随机事件样本空间的理解。在理解概念时用图表分析3个例子中，每个结果出现的可能性是否相等，深化了学生对理论概率中基本事件等可能性的理解。**UTB**在概念建立时用文氏图表示事件A与样本空间的关系，在每个范例中配以生活中的图片让学生更好地理解问题，这些有助于学生对理论概率难点的突破。而**CTB**在概念建立和概念理解的过程中都没有用到图表。

研究结果

概念呈现方式

实验概率概念的引入：

CTB使用电脑模拟试验，UTB呈现了一个日常生活中的试验，STB使用了上一节的一个例子

新加坡教材中实验概率的概念是用极限的方式给出的，其他两种教材中的定义如下

$P(A)$ =基本事件发生的次数/试验次数

研究结果

概念呈现方式

- CTB阐述了实验概率与理论概率的关系，另外两套教材在教学内容中都没有涉及。CTB的课程标准要求“具体情境中，了解随机事件发生的不确定性和频率的稳定性，进一步了解概率的意义以及频率与概率的区别”，而另外两个国家的课程标准中对这一要求都没有涉及。
- CTB中配图加深学生对于频率稳定于概率这一内容的理解。STB没有配图，仅仅介绍了引入实验概率的目的：当基本事件可能性不相等时，计算概率需要用实验概率。UTB配了生活中的图帮助学生理解问题情境。

研究结果

习题分析

理论概率习题分析的百分比

维度	分类	CTB (N=23)	UTB (N=69)	STB (N=29)
背景	纯数学背景	74	74	97
	使用说明的背景	26	26	3
回答类型	只有答案	96	92	93
	答案和数学化的陈述	0	4	7
	解释	4	4	0
认知要求	概念理解	96	96	97
	程序实践	0	0	0
	问题解决	0	0	3
	数学推理	4	0	0
	表征	0	1	0

研究结果

习题分析

实验概率习题分析的百分比

维度	分类	CTB (N=13)	UTB (N=49)	STB (N=0)
背景	纯数学背景	62	57	0
	使用说明的背景	38	43	0
回答类型	只有答案	85	55	0
	答案和数学化的陈述	0	27	0
	解释	15	18	0
认知要求	概念理解	85	62	0
	程序实践	0	12	0
	问题解决	0	14	0
	数学推理	15	12	0
	表征	0	0	0

研究结果

习题分析

美国的题量相对较大,CTB仅有13道题,STB的没有单独关于实验概率的习题。STB更强调概率的理论概念,实验概率涉及的篇幅很少(只有2页)。习题背景上,CTB与UTB在纯数学背景和使用说明的背景习题分布上差不多。

回答类型上UTB多了答案和数学化陈述的题型,而CTB绝大部分都是只需要一个答案。UTB中使用模拟的方法得出随机事件的实验概率,这类题目通常需要陈述解题步骤。而CTB在这类题型中只求重复实验,最后得出实验概率的结果即可。

研究结果

习题分析

认知要求上CTB与UTB都强调对实验概率概念的理解。UTB还有7个问题解决类型的题目。这说明UTB更注重实验概率的知识在实际情境中的应用，对学生综合能力的要求较高。CTB与UTB都要求数学推理的题型，主要是要求区分理论概率与实验概率，了解实验概率是否可以预测事件发生的可能性。说明CTB与UTB都强调学生要理解实验概率与理论概率的关系。

结论

- 在理论概率概念建立和理解的过程中STB和UTB都使用了图表加深学生对概念的理解，这对于学生对样本空间和理论概率中基本事件的结果是等可能的这两个难点的理解很有帮助。
- 理解实验概率与理论概率的区别是中国实验概率教学的一个难点，而这一内容在UTB和STB中涉及都很少。
- 在概率概念教学的习题中UTB的题量最大，着重强调了对概念的理解，这或许对于突破概率概念的难点有帮助。

Thanks for Listening!